

# Métodos Matemáticos em Biologia

## Lista 1: Pré-Cálculo

Prof. Bruno Ramos Lima Netto

Entrega: 18 de Março de 2024

### Exercícios de Álgebra

**Exercício 1.** *Determine  $k$  e  $m$  se:*

$$\left(\frac{3}{3^2}\right)^4 \cdot 3^{32} = 3^{-k},$$

e

$$\frac{25 \cdot 5^{2m+1}}{5^{-3}} = 5^{-2}.$$

**Exercício 2.** *Simplifique e racionalize as expressões:*

1.  $\frac{e^{4 \log(81)}}{3^{\log(e^{16})-1}} - \frac{2}{1-\sqrt{3}}.$

2.  $\log(e^3)^{-1/2} \frac{\sqrt{(2+1) \log(x)}}{(\log(x^x))^{1/2}}$

3.  $\frac{e^{e \log(7)}}{7^{\log(e^2)-(1/2)}} - \frac{2}{1-3^{(1/3)}}.$

**Exercício 3.** *Escreva  $18\sqrt[4]{4^{13} \cdot 9^{15}}$  na forma  $2^x 3^y$ .*

**Exercício 4.** *Determine um par de inteiros  $p, q$  tais que:  $\frac{81^{1/4}}{9^{-1/2}} \cdot \frac{3^{-3}}{3^0} = \frac{p}{q}$ .*

**Exercício 5.** *Escreva a expressão equivalente a  $\frac{3\sqrt{x+1}}{1+\sqrt{x}}$  sem raiz no denominador (racionalize).*

**Exercício 6.** *Determine o quociente e o resto da divisão de  $x^4 - 3x^2 + x + 1$  por  $x^2 - 1$ .*

**Exercício 7.** *Verifique que  $-2$  é raiz do polinômio  $x^3 + 4x^2 - 11x - 30$ . A seguir, encontre as outras raízes do polinômio, dividindo por  $(x + 2)$ . (Teorema de D'Alembert)*

**Exercício 8.** *Determine o valor de  $\sum_{i=2}^5 (2i + 1)$  e  $\sum_{i=-2}^{10} 1$ .*

**Exercício 9.** *Expanda e simplifique a expressão  $(a + b)^2 - (a - b)^2$ .*

## Exercícios de Funções

**Exercício 1.** Determine a imagem da função  $g$  definida por  $g(x) = (3 - x)^2 - 5$ .

**Exercício 2.** Determine o domínio da função  $g(x) = \frac{\log(1-x)}{1-\sqrt{x+2}}$ .

**Exercício 3.** Dado  $x \in \mathbb{R}$ , seja  $f$  a função definida de maneira que  $f(x)$  é o maior inteiro menor que  $x$ . Determine:  $f(\pi)$  e  $f(-\pi)$ . Esta função é injetiva? É sobrejetiva? Qual a sua imagem?

**Exercício 4.** Esboce o gráfico de:

$$(a) f = \begin{cases} x^2, & \text{se } x < 1, \\ 4 - 3x, & \text{se } x \geq 1. \end{cases} \quad (b) f(x) = \begin{cases} -\sqrt{9 - x^2}; & x \leq 3 \\ x - 3; & x > 3. \end{cases}$$

$$(c) f(x) = \begin{cases} \sqrt{x - 1}; & x \geq 1 \\ \log(x) + 1; & x < 1. \end{cases}$$

**Exercício 5.** Se  $f(x) = 3x - 1$  e  $g(x) = 5^x - 4$ , determine:  $f(g(x))$  e  $g(f(x))$ .

**Exercício 6.** Determine o maior intervalo contendo  $-10$  onde  $f(x) = (x + 1)^2 + 1$  é injetiva. Esta função é sobrejetiva?

**Exercício 7.** Determine, caso seja possível, TODOS intervalos onde é crescente:

$$(a) f(x) = 9 - x^2. \quad (b) f(x) = 6 - 2x. \quad (c) f(x) = \log(x) - 4. \\ (d) f(x) = 3x - 7. \quad (e) f(x) = \text{sen}(x) - 4. \quad (f) f(x) = e^{-x}.$$

**Exercício 8.** Esboce os gráficos de  $f(x) = \frac{1}{x}$  e  $g(x) = \frac{1}{x^2}$ . Determine se são funções par ou ímpar?

**Exercício 9.** Esboce o gráfico de  $f(x) = \sqrt{x}$  e, fazendo as devidas translações, de  $g(x) = 3 + \sqrt{x + 4}$ .

**Exercício 10.** Determine o máximo e o mínimo de  $f(x) = (x - 1)^2 + 2$  nos intervalos:

$$(a) [0, 3]. \quad (b) [2, 3].$$

**Exercício 11.** Determine  $a \in \mathbb{R}$  se  $\log_{10}(100^{3a} \cdot 10) = 9$ .

**Exercício 12.** Determine o valor de:

$$(a) e^0. \quad (b) \log(0). \quad (c) \log(1). \quad (d) \log(e). \quad (e) e^{\log(3)}. \quad (f) \log(e^2).$$

**Exercício 13.** Determine o valor de:

$$(a) \text{sen}(3\pi/2). \quad (b) \cos(3\pi). \quad (c) \tan(3\pi/4). \quad (d) \cos(5\pi/4). \quad (e) \sin(0).$$

**Exercício 14.** Determine as raízes de  $3x^2 - 5x + 2$ .

**Exercício 15.** Por que a igualdade:  $\sqrt{x^2} = x$  é falsa para  $x \in \mathbb{R}$ ? Determine uma expressão para  $(\sqrt{x})^2$ .

**Exercício 16.** Para quais valores de  $x \in \mathbb{R}$  temos a igualdade:  $\sqrt{x^4 + x^2} = x\sqrt{x^2 + 1}$ ?

**Exercício 17.** Determine um intervalo para  $x$  onde: (a)  $\text{sen}(x^2 + x) > 0$  (b)  $\log(4 - x^2) < 0$ .

**Exercício 18.** Determine o domínio e a imagem de:

$$(a) \log(x^2 + 3x + 4). \quad (b) \log(x^2 + x - 2). \quad (c) \tan(5x + 2). \\ (d) \text{sen}(3x - x^2 + 4). \quad (e) \log(\tan(5x + 1)).$$

**Exercício 19.** Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função definida por  $f(x) = x^2 - 2$  e  $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  uma função definida por  $g(n) = \sum_{k=1}^n k$ . Determine:

1.  $f(g(3))$ .

2.  $g(f(3))$ .

3. Para quais valores de  $n$ ,  $g(n) > f(n) - 13$ ?

## Exercícios de Geometria

**Exercício 1.** Determine a equação da reta que passa em  $(1, 2)$ :

(a) e em  $(-2, 3)$ .      (b) com coeficiente angular 2.      (c) perpendicular a reta  $3y + 2x = 1$ .

**Exercício 2.** Determine a interseção (todos os pontos) entre o gráfico de  $y = x^2 + x - 2$  e o gráfico de:

(a)  $2y - x + 1 = 0$ .      (b)  $y + x^2 - x = 0$ .

**Exercício 3.** Determine a distância entre os pontos do plano  $(-2, 1)$  e  $(4, -1)$ .

**Exercício 4.** Determine todo  $a, x \in \mathbb{R}$  tal que: (a)  $|a + 2| = 4$ .      (b)  $|x - 2| < |x + 1|$ .

**Exercício 5.** Determine a equação do círculo com centro em  $(-3, 5) \in \mathbb{R}^2$  e raio 7.

**Exercício 6.** Esboce cada uma das regiões do plano  $xy$ :

1. Delimitada superiormente por  $y = x^2$  e inferiormente por  $y = x - x^2$ .
2. Delimitada por  $y^2 = 2x + 4$  e por  $y = x - 2$ .
3. Delimitada inferiormente por  $y = \sqrt{x}$ , superiormente por  $y = 1$  e lateralmente por  $x = 0$ .