

Métodos Matemáticos em Biologia

Lista 3: Integrais e Aplicações

Prof. Bruno Ramos Lima Netto

Entrega: 1 de Julho de 2023

Exercícios de Integrais

Exercício 1. *Resolva as integrais abaixo:*

1. $\int 5 dx$
2. $\int x + e^x dx$
3. $\int x^2 + \cos(x) dx$
4. $\int \pi \sin(x) + \frac{1}{x} dx$
5. $\int \sqrt{x} dx$

Exercício 2. *Considere a seguinte integral:*

$$\int x^3 \sqrt{x^4 + 3} dx.$$

1. *Como fica a integral se fizermos as seguintes mudanças de variáveis: $u = x^3$, $v = \sqrt{x^4 + 3}$, e $w = x^4 + 3$?*
2. *Qual escolha você considera a melhor para a mudança de variável com o objetivo de resolver a integral?*
3. *Resolva a integral.*

Exercício 3. *Considere a seguinte integral:*

$$\int_2^4 \frac{dx}{x(\log x)^2}$$

1. *Como fica a integral se fizermos as seguintes mudanças de variáveis: $u = (\log(x))^2$, $v = \frac{1}{\log(x)}$, e $w = \log(x)$?*
2. *Qual escolha você considera a melhor para a mudança de variável com o objetivo de resolver a integral?*
3. *Resolva a integral.*

Exercício 4. Calcule a integral:

$$\int \frac{e^{2t}}{e^{2t} + 2}.$$

Exercício 5. Desenhe a região R limitada pelas curvas $y = \sqrt{x+2}$, $y = \frac{1}{x+1}$, a reta $x = 2$ e o eixo y . Calcule a área de R .

Exercício 6. Determine a área da região delimitada pelas funções $y = 2x$ e $y = 5x - x^2$.

Exercício 7. Resolva as seguintes integrais:

1. $\int x e^{3x} dx$
2. $\int x \sin 5x dx$
3. $\int x^2 \log x dx$
4. $\int \sin x^5 dx$
5. $\int \sin x^5 \cos x dx$

Exercício 8. Calcule as seguintes integrais:

1. $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{\cos \pi \log x}{x} dx$
2. $\int x^3 \sin x^2 dx$
3. $\int \frac{1}{x^2 - 4x + 3} dx$

Exercício 9. Considere as funções $f, g, h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = e^{(x-1)}$, $g(x) = 1/x$ e $h(x) = e$. Responda as questões abaixo:

- a) Determine a área da região R delimitada pelas curvas $y = f(x)$, $y = g(x)$ e $y = h(x)$.
- b) Determine o comprimento de arco da curva $y = h(x)$ que delimita a região R .

Exercício 10. Considere a função $f(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$, onde r é uma constante positiva. Seja R a região delimitada pela curva $y = f(x)$ e o eixo x . O objetivo deste exercício é calcular a área de R .

- a) Explique por que a área de R é igual a $\int_{-r}^r f(x) dx$.
- b) Faça a mudança de variável $x = r \sin(\theta)$ e descreva a integral em função de θ .
- c) Calcule a área de R . (Dica: use a identidade trigonométrica $\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$).
- d) Determine o volume do sólido de revolução gerado pela rotação da região entre em torno do eixo x .

Mais Exercícios de Integrais

Exercício 11. Seja C a região do plano delimitada superiormente pelo gráfico de $f(x) = \frac{1}{a+x}$, à esquerda por $x = 1$ e inferiormente pelo eixo x . Seja V o volume do sólido gerado pela rotação de C em torno do eixo x . Então:

- a) V é finito para todo $a > 0$.
- b) V não é finito para nenhum $a > 0$.
- c) V é finito apenas para $a > 1$.
- d) V é finito apenas para $0 < a < 1$.

Exercício 12. A integral $\int_0^1 x^8 \sqrt{x^9 + 1} dx$ é igual a:

- a) $\frac{2}{27}(2\sqrt{2-1})$.
- b) $\frac{2}{9}(2\sqrt{2-1})$.
- c) $\frac{2}{21}(2\sqrt{2-1})$.
- d) $\frac{2}{15}(2\sqrt{2-1})$.

Exercício 13. A integral $\int_0^1 \frac{x+9}{(x+1)(x+2)} dx$ é igual a:

- a) $15 \log 2 - 7 \log 3$
- b) $9 \log 2 - 4 \log 3$
- c) $11 \log 2 - 5 \log 3$
- d) $3 \log 2 - \log 3$

Exercício 14. Se f' é contínua em $[0, 1]$, e $f(0) = 0$ e $f(1) = \pi/2$, então $\int_0^1 \cos f(x) f'(x) dx$ vale:

- a) 1
- b) 0
- c) -1
- d) 2
- e) -2

Exercício 15. Se f' é contínua em $[\pi/2, \pi]$, $f(\pi/2) = -1$ e $\int_{\pi/2}^{\pi} f'(x) \sin x dx = 2$, então $\int_{\pi/2}^{\pi} f(x) \cos x dx$ vale:

- a) -1
- b) 2
- c) 1
- d) -2

e) 0

Exercício 16. O valor de $\int_0^{\sqrt{3}/2} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ é:

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) $\frac{-1}{6}$

e) $\frac{\sqrt{2}}{2}$