

Métodos Matemáticos em Biologia

Gabarito - Terceira Prova

Prof. Bruno Ramos Lima Netto

Data: 08 de Dezembro de 2023

Exercício 1. Considere as funções $f, g, h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = e^{(x-1)}$, $g(x) = 1/x$ e $h(x) = e$. Responda as questões abaixo:

a) Note que a região R é dada por $\int_{1/e}^2 h(x)dx - \int_{1/e}^1 g(x)dx - \int_1^2 f(x)dx$. Portanto sua área é igual a:

$$\int_{1/e}^2 e dx - \int_{1/e}^1 1/x dx - \int_1^2 e^{x-1} dx = 2e - 1 - \log(1) + \log(1/e) - e + 1 = e - 1.$$

b) $2 - 1/e$.

Exercício 2. Considere a função $f(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$, onde r é uma constante positiva. Seja R a região delimitada pela curva $y = f(x)$ e o eixo x . O objetivo deste exercício é calcular a área de R .

a) Pois estamos calculando a área de um semi-círculo de raio r .

b) $x = r \sin(\theta)$, $dx = r \cos(\theta)d\theta$. Portanto a integral fica $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} r^2 \cos^2(\theta)d\theta$.

c) $r^2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2(\theta)d\theta = \frac{r^2}{2}(\theta + \sin(\theta)\cos(\theta))|_{-\pi/2}^{\pi/2} = r^2 \frac{\pi}{2}$.

d) Pela integral $\int_{-r}^r \pi f(x)^2 dx = \int_{-r}^r \pi(r^2 - x^2)dx = \frac{4}{3}\pi r^3$. Portanto, o volume da esfera de raio r é $\frac{4}{3}\pi r^3$.

Exercício 3. Considere a função definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^8, & \text{para } x \leq 2, \\ x^2, & \text{para } 2 \leq x \leq 3 \\ e^x, & \text{para } 3 \leq x. \end{cases}$$

$I = \int_{-2}^4 (f(x) + 2)dx = \int_{-2}^2 (x^8 + 2)dx + \int_2^3 (x^2 + 2)dx + \int_3^4 (e^x + 2)dx$. Que é igual a

$$I = \frac{1024}{9} + 12 + \frac{3^3}{3} - \frac{8}{3} + e^4 - e^3 = e^3(e - 1) + 21 - \frac{8}{3}.$$

Exercício 4. Seja $f(z) = \int_0^z \frac{1}{\sqrt{x^{77}+8}} dx$. Então qual das afirmações abaixo é FALSA:

R: (a) $f(1) > 1$

Exercício 5. Seja $f(x) = \sqrt{9-x^2}$. Então a integral $I = \int_{-3}^0 f(x) dx$ é igual a:

R: (b) $9\pi/4$

Exercício 6. Seja $f(x) = e^{-x^2}$. Então a integral $I = \int f(x) dx$ é igual a:

R: (f) Nenhuma das anteriores.