Métodos Matemáticos em Biologia
Gabarito da Lista 1

Prof. Bruno Ramos Lima Netto

Entrega: 02 de Maio de 2023

Exercícios de Álgebra

Exercício 1. *k = -25, m = -4.*

Exercício 2. *x = 13/2, y = 21/2.*

Exercício 3. *p = 1, q = 3. (3p = q);*

Exercício 4. *Multiplicando o numerador e o denominador por $(1-\sqrt{x})$, obtemos: $\frac{-3x+2\sqrt{x}+1}{1-x}$.*

Exercício 5. *Quociente: x^2-2, resto: $x-1$.*

Exercício 6. *Raizes: -2, -5 e 3.*

Exercício 7. *5 + 7 + 9 + 11 = 32.*

Exercício 8. *4ab.*

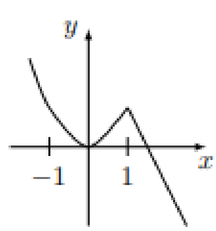
Exercícios de Funções

Exercício 1. $(-5,\infty)$*, pois $g(x)\geq -5$ para todo x. Note que $(3-x)^2$ é sempre não-negativo.*

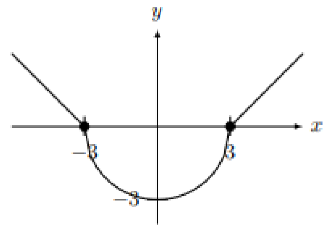
Exercício 2. *Intervalos [-2, -1) e (-1, 1). Como existe logaritmo somente de números positivos, devemos ter que $(1-x)>0$. Por outro lado, como só existe raiz de números positivos, devemos ter que $x+1\geq 0$. Logo $x<1$ e $x\geq -2$. Além disso, o denominador não pode se anular. Portanto $x\neq 1$. Resultando nos intervalos dados.*

Exercício 3. $f(\pi)=3$ *e* $f(-\pi)=-4$. *Não é injetiva pois $f(\pi)=f(3.1)=3$. Nem sobrejetiva pois a imagem é somente os inteiros. Imagem é $\mathbb{Z}$.*

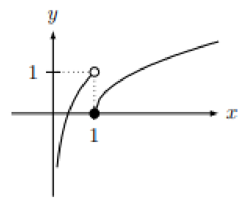
Exercício 4. *Esboce o gráfico de:*



(a) $f(x)=\begin{cases} x^2, & \text{se } x<1, \\ 4-3x, & \text{se } x\geq 1. \end{cases}$



(b) $f(x) = \begin{cases} -\sqrt{9-x^2}; & \mathsf{x} \leq 3 \\ \mathsf{x} - 3; & \mathsf{x} > 3. \end{cases}$



(c) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1}; & x \geq 1 \\ \log(x) + 1; & x < 1. \end{cases}$

Exercício 5. $f(g(x)) = 3(5^x - 4) - 1 = 3 \times 5^x - 13$ *e* $g(f(x)) = 5^{3x-1} - 4$.

Exercício 6. $(-\infty, -1)$, *pois a função é decrescente (e, portanto, injetiva) para* $x < -1$. *Não é sobrejetiva pois sua imagem é somente o intervalo* $(1, \infty)$.

Exercício 7. *Determine, caso seja possível, TODOS intervalos onde é crescente:*
(a) $(-\infty, 0)$. *(b) Sempre decrescente.* *(c)* $(0, +\infty)$.
(d) $(-\infty, \infty)$. *(e)* $(2k\pi - \pi/2, 2k\pi + \pi/2)$, $k \in \mathbb{Z}$. *(f) Sempre decrescente.*

Exercício 8. $1/x$ *é ímpar e* $1/x^2$ *é par.*

Exercício 9. *Partindo do gráfico de* x^2, *reflita o grafico na reta* $y = x$, *para obter o gráfico de* $\sqrt{x}$.

Exercício 10. *(a) Mínimo em* $x = 1$, *com* $f(1) = 2$. *máximo em* $x = 3$, *com* $f(3) = 6$.
(b) Mínimo em $x = 2$, *com* $f(2) = 3$. *máximo em* $x = 3$, *com* $f(0) = 6$.

Exercício 11. $a = 4/3$.

Exercício 12. *(a) 1.* *(b) Não definido.* *(c)* 0. *(d)* 1. *(e)* 3. *(f)* 2.

Exercício 13. *Determine o valor de:*
(a) sen$(3\pi/2) = -1$. *(b) cos*$(3\pi) = -1$. *(c) tan*$(3\pi/4) = -1$. *(d) cos*$(5\pi/4) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$.

Exercício 14. 1 *e* $2/3$.

Exercício 15. *Pois* $\sqrt{x^2} = |x|$. *Que, para* $x < 0$ *é* $-x$.

Exercício 16. *Para* $x \geq 0$.

Exercício 17. *(a)* $(1, \frac{1}{2}(1 + \sqrt{1 + 2\pi}))$. *(b)* $\log(4 - x^2) < 0$ *quando* $4 - x^2 \in (0, 1)$. *O que ocorre quando* $x \in (\sqrt{3}, 2)$.

Exercício 18. *(a) Precisamos que* $x^2 + 3x + 4 > 0$*. O que sempre ocorre. Portanto o domínio é* $(-\infty, \infty)$*. A imagem é* $(-\infty, \infty)$*.*
(b) Precisamos que $x^2 + x - 2 > 0$*. O que ocorre quando* $x < -2$ *ou* $x > 1$*. Portanto o domínio é* $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$*. A imagem é* $(-\infty, \infty)$*.*
(c) Precisamos excluir os valores tais que $5x + 2$ *é igual a algum múltiplo de* $\pi/2$*, o que ocorre quando* $x = \frac{1}{5}(2k+1)\frac{\pi}{2} - 2)$*; Para* $k \in \mathbb{Z}$*. Portanto o domínio é* $\mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{5}(2k+1)\frac{\pi}{2} - 2) | k \in \mathbb{Z}\}$*. E sua imagem é* $(-\infty, \infty)$*.*
(d) Domínio é $(-\infty, \infty)$ *e imagem é* $[-1.1]$*.*
(e) Precisamos saber quando que $tan(5x+1)$ *é negativa. O que ocorre quando* $5x + 1$ *pertence ao intervalo* $(-\pi/2, 0)$*. E isso, ocorre quando* $x \in I = \left(\frac{1}{10}(-2-\pi), \frac{-1}{5}\right)$*. Portanto o domínio é* $\mathbb{R} \setminus I$ *e sua imagem é* $(-\infty, \infty)$*.*

Exercícios de Geometria

Exercício 1. *(a)* $y = \frac{-x}{3} + \frac{7}{3}$ *(b)*$y = 2x$ *(c)* $y = \frac{3x}{2} + \frac{1}{2}$.

Exercício 2. *(a)* $(1, 0)$ *e* $(\frac{-3}{2}, \frac{-5}{4})$.   *(b)* $(1, 0)$ *e* $(-1, -2)$.

Exercício 3. $2\sqrt{10}$.

Exercício 4. *Determine todo* $a, x \in \mathbb{R}$ *tal que: (a)* $a = -6$ *ou* $a = 2$.   *(b)* $x > \frac{1}{2}$.

Exercício 5. *Determine a equação do círculo com centro em* $(-3, 5) \in \mathbb{R}^2$ *e raio* 7.

Exercício 6. *Determine se é círculo ou elipse. Caso seja círculo qual o centro e raio, caso seja eplise o tamanho dos semi-eixos:*

(a) $2x^2 + 16x + 6 + 2y^2 = 0$. *é um círculo dado por* $(x+4)^2 + (y-0)^2 = 3$. *cujo centro é* $(-4, 0)$ *e raio é* $\sqrt{13}$.