

# Métodos Matemáticos em Biologia

## Lista 1: Pré-Cálculo

Prof. Bruno Ramos Lima Netto

Entrega: 02 de Maio de 2023

### Exercícios de Álgebra

**Exercício 1.** Determine  $k$  e  $m$  se:

$$27 \cdot 3^{22} = 3^{-k},$$

e

$$\frac{25 \cdot 5^{2m+1}}{5^{-3}} = 5^{-2}.$$

**Exercício 2.** Escreva  $27\sqrt[4]{4^{13} \cdot 9^{15}}$  na forma  $2^x 3^y$ .

**Exercício 3.** Determine  $p, q$  inteiros tais que:  $\frac{81^{1/4}}{9^{-1/2}} \cdot \frac{3^{-3}}{3^0} = \frac{p}{q}$ .

**Exercício 4.** Escreva a expressão equivalente a  $\frac{3\sqrt{x+1}}{1+\sqrt{x}}$  sem raiz no denominador (racionalize).

**Exercício 5.** Determine o quociente e o resto da divisão de  $x^4 - 3x^2 + x + 1$  por  $x^2 - 1$ .

**Exercício 6.** Verifique que  $-2$  é raiz do polinômio  $x^3 + 4x^2 - 11x - 30$ . A seguir, encontre as outras raízes do polinômio, dividindo por  $(x - 2)$ . (Teorema de D'Alembert)

**Exercício 7.** Determine o valor de  $\sum_{i=2}^5 (2i + 1)$ .

**Exercício 8.** Expanda e simplifique a expressão  $(a + b)^2 - (a - b)^2$ .

### Exercícios de Funções

**Exercício 1.** Determine a imagem da função  $g(x) = (3 - x)^2 - 5$ .

**Exercício 2.** Determine o domínio da função  $g(x) = \frac{\log(1-x)}{1-\sqrt{x+2}}$ .

**Exercício 3.** Dado  $x \in \mathbb{R}$ , defina  $f(x)$  como o maior inteiro menor que  $x$ . Determine:  $f(\pi)$  e  $f(-\pi)$ . Esta função é injetiva? É sobrejetiva? Qual a sua imagem?

**Exercício 4.** Esboce o gráfico de:

$$(a) f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } x < 1, \\ 4 - 3x, & \text{se } x \geq 1. \end{cases} \quad (b) f(x) = \begin{cases} -\sqrt{9 - x^2}; & x \leq 3 \\ x - 3; & x > 3. \end{cases}$$

$$(c) f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1}; & x \geq 1 \\ \log(x) + 1; & x < 1. \end{cases}$$

**Exercício 5.** Se  $f(x) = 3x - 1$  e  $g(x) = 5^x - 4$ , determine:  $f(g(x))$  e  $g(f(x))$ .

**Exercício 6.** Determine o maior intervalo contendo  $-10$  onde  $f(x) = (x+1)^2 + 1$  é injetiva. Esta função é sobrejetiva?

**Exercício 7.** Determine, caso seja possível, TODOS intervalos onde é crescente:

- (a)  $f(x) = 9 - x^2$ .      (b)  $f(x) = 6 - 2x$ .      (c)  $f(x) = \log(x) - 4$ .  
(d)  $f(x) = 3x - 7$ .      (e)  $f(x) = \text{sen}(x) - 4$ .      (f)  $f(x) = e^{-x}$ .

**Exercício 8.** Esboce os gráficos de  $f(x) = \frac{1}{x}$  e  $g(x) = \frac{1}{x^2}$ . Elas são funções par ou ímpar?

**Exercício 9.** Esboce o gráfico de  $f(x) = \sqrt{x}$  e, fazendo translações, de  $g(x) = 3 + \sqrt{x+4}$ .

**Exercício 10.** Determine o máximo e o mínimo de  $f(x) = (x-1)^2 + 2$ . nos intervalos:

- (a)  $[0, 3]$ .      (b)  $[2, 3]$ .

**Exercício 11.** Determine  $a \in \mathbb{R}$  se  $\log_{10}(100^{3a} \cdot 10) = 9$ .

**Exercício 12.** Determine o valor de:

- (a)  $e^0$ .      (b)  $\log(0)$ .      (c)  $\log(1)$ .      (d)  $\log(e)$ .      (e)  $e^{\log(3)}$ .      (f)  $\log(e^2)$ .

**Exercício 13.** Determine o valor de:

- (a)  $\text{sen}(3\pi/2)$ .      (b)  $\cos(3\pi)$ .      (c)  $\tan(3\pi/4)$ .      (d)  $\cos(5\pi/4)$ .

**Exercício 14.** Determine as raízes de  $3x^2 - 5x + 2$ .

**Exercício 15.** Por que a igualdade:  $\sqrt{x^2} = x$  é falsa para  $x \in \mathbb{R}$ ? Determine uma expressão para  $(\sqrt{x})^2$ .

**Exercício 16.** Para quais valores de  $x \in \mathbb{R}$  temos a igualdade:  $\sqrt{x^4 + x^2} = x\sqrt{x^2 + 1}$ ?

**Exercício 17.** Determine um intervalo para  $x$  onde: (a)  $\text{sen}(x^2 + x) > 0$       (b)  $\log(4 - x^2) < 0$ .

**Exercício 18.** Determine o domínio e a imagem de:

- (a)  $\log(x^2 + 3x + 4)$ .      (b)  $\log(x^2 + x - 2)$ .      (c)  $\tan(5x + 2)$ .  
(d)  $\text{sen}(3x - x^2 + 4)$ .      (e)  $\log(\tan(5x + 1))$ .

## Exercícios de Geometria

**Exercício 1.** Determine a equação da reta que passa em  $(1, 2)$ :

- (a) e em  $(-2, 3)$ .      (b) com coeficiente angular 2.      (c) perpendicular a reta  $3y + 2x = 1$ .

**Exercício 2.** Determine a interseção (todos os pontos) entre o gráfico de  $y = x^2 + x - 2$  e o gráfico de:

- (a)  $2y - x + 1 = 0$ .      (b)  $y + x^2 - x = 0$ .

**Exercício 3.** Determine a distância entre os pontos do plano  $(-2, 1)$  e  $(4, -1)$ .

**Exercício 4.** Determine todo  $a, x \in \mathbb{R}$  tal que: (a)  $|a + 2| = 4$ .      (b)  $|x - 2| < |x + 1|$ .

**Exercício 5.** Determine a equação do círculo com centro em  $(-3, 5) \in \mathbb{R}^2$  e raio 7.

**Exercício 6.** Determine se é círculo ou elipse. Caso seja círculo qual o centro e raio, caso seja elipse o tamanho dos semi-eixos:

- (a)  $2x^2 + 16x + 6 + 2y^2 = 0$ .      (b)  $6x^2 - 32x + 4 + y^2 + 4y = 0$ .