

Métodos Matemáticos em Biologia

Lista 2.1: Limites

Prof. Bruno Ramos Lima Netto

Entrega: 23 de Maio de 2023

Exercícios de Limites

Exercício 1. *Seja $\{a_n\}_{n \geq 0}$ uma sequência com $a_n \in \mathbb{R}$ para todo $n \in \mathbb{N}$.*

1. *Qual o significado de $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \rightarrow L$? Dê um exemplo de alguma sequência que satisfaça esse limite.*
2. *Qual o significado de $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \rightarrow \infty$? Dê um exemplo de alguma sequência que satisfaça esse limite.*

Exercício 2. *Determine os seguintes limites:*

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n-2}$.
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3-1000}{5n^3+20n^2}$.
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10+n}{2+n^2}$.

Exercício 3. *Determine se as sequências abaixo são convergentes ou divergentes. Caso sejam convergentes, determine seus limites.*

1. $a_n = n$
2. $a_n = \frac{1}{n}$
3. $a_n = \frac{1}{n^p}$, com $p > 1$
4. $a_n = \frac{1}{n^p}$, com $p < 1$
5. $a_n = \log(n)$
6. $a_n = \sin(n)$
7. $a_n = \sin(\pi n)$
8. $a_n = e^n$
9. $a_n = (-2)^n$
10. $a_n = n^n$

Exercício 4. Determine se as series abaixo são convergentes ou divergentes. Caso sejam convergentes, determine um limitante superior.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$

Exercício 5. O que é uma assíntota? Dê exemplo de uma função que:

1. possua uma assíntota vertical.
2. possua uma assíntota horizontal
3. possua infinitas assíntotas verticais.
4. possua uma assíntota vertical e uma assíntota horizontal.

Exercício 6. Determine as assíntotas da função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{2x^2+1}{2x^2-3x}$. Esboce seu gráfico.

Exercício 7. Determine o valor de

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2-1}}{3n}$.
2. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5+h}-\sqrt{5}}{h}$.
3. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h}$.

Exercício 8. Determine o valor de :

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{a^2x}$.
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{3n}$.
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3n}\right)^n$.

Exercício 9. Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5x-5}{|x+2|}, & \text{se } x \neq -2 \\ 0, & \text{se } x = -2. \end{cases}$$

Determine:

1. $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$.
2. $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$.
3. $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$.