

# Métodos Matemáticos em Biologia

## Lista 3: Integrais e Aplicações

Prof. Bruno Ramos Lima Netto

Entrega: 18 de Julho de 2023

### Exercícios de Integrais

**Exercício 1.** *Resolva as integrais abaixo:*

1.  $\int 5 dx$
2.  $\int x + e^x dx$
3.  $\int x^2 + \cos(x) dx$
4.  $\int \pi \sin(x) + \frac{1}{x} dx$
5.  $\int \sqrt{x} dx$

**Exercício 2.** *Considere a seguinte integral:*

$$\int x^3 \sqrt{x^4 + 3} dx.$$

1. *Como fica a integral se fizermos as seguintes mudanças de variáveis:  $u = x^3$ ,  $v = \sqrt{x^4 + 3}$ , e  $w = x^4 + 3$ ?*
2. *Qual escolha você considera a melhor para a mudança de variável com o objetivo de resolver a integral?*
3. *Resolva a integral.*

**Exercício 3.** *Considere a seguinte integral:*

$$\int_2^4 \frac{dx}{x(\log x)^2}$$

1. *Como fica a integral se fizermos as seguintes mudanças de variáveis:  $u = (\log(x))^2$ ,  $v = \frac{1}{\log(x)}$ , e  $w = \log(x)$ ?*
2. *Qual escolha você considera a melhor para a mudança de variável com o objetivo de resolver a integral?*
3. *Resolva a integral.*

**Exercício 4.** Calcule a integral:

$$\int \frac{e^{2t}}{e^{2t} + 2}.$$

**Exercício 5.** Desenhe a região  $R$  limitada pelas curvas  $y = \sqrt{x+2}$ ,  $y = \frac{1}{x+1}$ , a reta  $x = 2$  e o eixo  $y$ . Calcule a área de  $R$ .

**Exercício 6.** Determine a área da região delimitada pelas funções  $y = 2x$  e  $y = 5x - x^2$ .

**Exercício 7.** Resolva as seguintes integrais:

1.  $\int x e^{3x} dx$
2.  $\int x \sin 5x dx$
3.  $\int x^2 \log x dx$
4.  $\int \sin x^5 dx$
5.  $\int \sin x^5 \cos x dx$

**Exercício 8.** Calcule as seguintes integrais:

1.  $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{\cos \pi \log x}{x} dx$
2.  $\int x^3 \sin x^2 dx$
3.  $\int \frac{1}{x^2 - 4x + 3} dx$

## Mais Exercícios de Integrais

**Exercício 9.** Seja  $C$  a região do plano delimitada superiormente pelo gráfico de  $f(x) = \frac{1}{a+x}$ , à esquerda por  $x = 1$  e inferiormente pelo eixo  $x$ . Seja  $V$  o volume do sólido gerado pela rotação de  $C$  em torno do eixo  $x$ . Então:

- a)  $V$  é finito para todo  $a > 0$ .
- b)  $V$  não é finito para nenhum  $a > 0$ .
- c)  $V$  é finito apenas para  $a > 1$ .
- d)  $V$  é finito apenas para  $0 < a < 1$ .

**Exercício 10.** A integral  $\int_0^1 x^8 \sqrt{x^9 + 1}$  é igual a:

- a)  $\frac{2}{27}(2\sqrt{2-1})$ .
- b)  $\frac{2}{9}(2\sqrt{2-1})$ .
- c)  $\frac{2}{21}(2\sqrt{2-1})$ .
- d)  $\frac{2}{15}(2\sqrt{2-1})$ .

**Exercício 11.** A integral  $\int_0^1 \frac{x+9}{(x+1)(x+2)} dx$  é igual a:

- a)  $15 \log 2 - 7 \log 3$
- b)  $9 \log 2 - 4 \log 3$
- c)  $11 \log 2 - 5 \log 3$
- d)  $3 \log 2 - \log 3$

**Exercício 12.** Se  $f'$  é contínua em  $[0, 1]$ , e  $f(0) = 0$  e  $f(1) = \pi/2$ , então  $\int_0^1 \cos f(x) f'(x) dx$  vale:

- a) 1
- b) 0
- c) -1
- d) 2
- e) -2

**Exercício 13.** Se  $f'$  é contínua em  $[\pi/2, \pi]$ ,  $f(\pi/2) = -1$  e  $\int_{\pi/2}^{\pi} f'(x) \sin x dx = 2$ , então  $\int_{\pi/2}^{\pi} f(x) \cos x dx$  vale:

- a) -1
- b) 2
- c) 1
- d) -2

e) 0

**Exercício 14.** O valor de  $\int_0^{\sqrt{3}/2} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$  é:

a)  $\frac{1}{2}$

b)  $\frac{1}{4}$

c)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

d)  $\frac{-1}{6}$

e)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$