

Métodos Matemáticos em Biologia

Segunda Prova

Prof. Bruno Ramos Lima Netto

Data: 16 de Junho de 2023

Exercício 1. *Determine, se existir, os limites:*

a) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{1}{x}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x}$

c) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\pi+h} - \sqrt{\pi}}{h}$

Exercício 2. *Considere a função definida por $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$. Determine $f'(x)$ e $f''(x)$.*

Exercício 3. *Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^{2x}$. Determine o ponto de mínimo e máximo de f no intervalo $[0, 2]$.*

Exercício 4. *Seja $f : \{-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \tan(x)$. Denotando por $g(x) = f^{-1}(x)$ a função inversa de f , de maneira que $g(f(x)) = x$, determine $g'(2)$.*

Exercício 5. *Determine os pontos da curva*

$$x^3 + 4y^2 = 7xy$$

com coordenada $x > 0$, onde a reta tangente é paralela ao eixo x .

Exercício 6. *Considere uma função definida por $f(x) = 2 + \frac{x}{1+x^2}$, cujas derivada e segunda derivada são dadas, respectivamente, por:*

$$\frac{d}{dx}f(x) = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} \text{ e } \frac{d^2}{(dx)^2}f(x) = \frac{2x^3-6x}{(1+x^2)^3}.$$

a) *Calcule o domínio de f .*

b) *Calcule as interseções do gráfico de f com os eixos coordenados caso existam.*

c) *Determine as assíntotas horizontais e verticais ao gráfico de f caso existam.*

d) *Identifique os pontos críticos de f e, determine se são máximos ou mínimos locais, encontrando os intervalos onde a função f é crescente e onde é decrescente.*

e) *Identifique os pontos de inflexão da função f e os intervalos de concavidade para cima e para baixo.*

f) *Usando as informações dos itens anteriores, faça um esboço do gráfico de $y = f(x)$.*