

Métodos Matemáticos em Biologia

Terceira Prova

Prof. Bruno Ramos Lima Netto

Data: 17 de Julho de 2023

Exercício 1. Considere as funções $f, g, h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = (x - 5)^2$, $g(x) = 9$ e $h(x) = x + 1$. Responda as questões abaixo:

- a) Determine a área da região R limitada pelas curvas $y = f(x)$, $y = g(x)$ e $y = h(x)$.
- b) Determine o volume do sólido obtido pela rotação de R em torno do eixo x .
- c) Determine o comprimento de arco da curva $y = h(x)$ que delimita a região R .

Exercício 2. Resolva os seguintes problemas de valores iniciais:

- a) $y'(x) = 3y$ e $y(1) = 2$.
- b) $y'(x) = -\sqrt{y}$ e $y(0) = 4$.

Exercício 3. A integral $I = \int_{-\pi/5}^{\pi/5} \sin(x)^3 dx$ é igual a:

- (a) $-\sqrt{2}/2$
- (b) $\sqrt{2}/2$
- (c) 0
- (d) $\pi^3/5$
- (e) $-\pi^3/5$
- (f) 1

Exercício 4. Seja $f(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{t^3+2}} dt$. Então qual das afirmações abaixo é FALSA:

- (a) $f(0) = 0$
- (b) $f(1) > 1$
- (c) $f'(1) = \frac{1}{3}$
- (d) f é uma função.

Exercício 5. Considere as funções definidas por $f(x) = 1/x$ e $g(x) = 1/x^2$. Seja A a área da abaixo da curva $y = f(x)$ a partir de $x = 1$ e seja B a área abaixo da curva $y = g(x)$ a partir de $x = 1$. Então:

- (a) A e B são finitos.
- (b) A é finita e B é infinito.
- (c) Nenhuma das outras opções.
- (d) A é infinita e B é finito.
- (e) A e B são infinitos.

Exercício 6. Seja $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$. Então a integral $I = \int_{-3}^0 f(x) dx$ é igual a:

- (a) $3\pi/4$
- (b) $9\pi/4$
- (c) $-3\pi/4$
- (d) $-9\pi/4$
- (e) $3\pi/2$
- (f) $9\pi/2$

Exercício 7. Considere a função definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{para } x \leq 1, \\ x^2, & \text{para } 1 \leq x \leq 3 \\ e^x, & \text{para } 3 \leq x. \end{cases}$$

Então $I = \int_{-1}^4 f(x)dx$ é igual a:

- (a) $29/3 + e^4(e - 1)$
- (b) $29/3 - e^4(e + 1)$
- (c) $29/3 - e^3(e - 1)$
- (d) $29/3 + e^3(e - 1)$
- (e) $29/3 - e^3(e + 1)$
- (f) $29/3 + e^3(e + 1)$

Exercício 8. Disserte sobre as aplicações de Cálculo Integral e Diferencial em Biologia e Biomedicina, dando exemplos de aplicações tanto de derivadas quanto de integrais.

Exercício 9. Resolva a integral $\int \sin(x)^5 dx$

Exercício 10. Mostre que o comprimento de uma circunferência de raio r é $2\pi r$.

Dica: $(\sin^{-1}(x))' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.