Métodos Matemáticos em Biologia
Terceira Prova

Prof. Bruno Ramos Lima Netto

Data: 08 de Dezembro de 2023

Exercício 1. *(2 pts) Considere as funções* $f, g, h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *definidas por* $f(x) = e^{(x-1)}$, $g(x) = 1/x$ *e* $h(x) = e$. *Responda as questões abaixo:*

a) Determine a área da região R *delimitada pelas curvas* $y = f(x)$, $y = g(x)$ *e* $y = h(x)$.

b) Determine o comprimento de arco da curva $y = h(x)$ *que delimita a região* R.

Exercício 2. *(3 pts) Conisdere a função* $f(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$, *onde* r *é uma constante positiva. Seja* R *a região delimitada pela curva* $y = f(x)$ *e o eixo* x. *O objetivo deste exercício é calcular a área de* R.

a) Explique por que a área de R *é igual a* $\int_{-r}^{r} f(x)dx$.

b) Faça a mudança de variável $x = r\sin(\theta)$ *e descreva a integral em função de* θ.

c) Calcule a área de R. *(Dica: use a identidade trigonométrica* $\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$*).*

d) Determine o volume do sólido de revolução gerado pela rotação da região entre em torno do eixo x.

Exercício 3. *(2 pts) Considere a função definida por:*

$$f(x) = \begin{cases} x^8, & \text{para } x \leq 2, \\ x^2, & \text{para } 2 \leq x \leq 3 \\ e^x, & \text{para } 3 \leq x. \end{cases}$$

Deterime o valor de $I = \int_{-2}^{4} (f(x) + 2)dx$.

Exercício 4. *(1 pt) Seja* $f(z) = \int_0^z \frac{1}{\sqrt{x^{77}+2}} dx$*. Então qual das afirmações abaixo é FALSA:*

(a) $f(1) > 1$

(b) $f(0) = 0$

(c) $1 + 1 = 2$

(d) $f'(1) = \frac{1}{3}$

(e) f *é uma função.*

Exercício 5. *(1 pt) Seja* $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$*. Então a integral* $I = \int_{-3}^0 f(x)dx$ *é igual a:*

(a) $3\pi/4$

(b) $9\pi/4$

(c) $-3\pi/4$

(d) $-9\pi/4$

(e) $3\pi/2$

(f) $9\pi/2$

Exercício 6. *(1 pt) Seja* $f(x) = e^{-x^2}$*. Então a integral* $I = \int f(x)dx$ *é igual a:*

(a) $xe^{-x^2} + c$

(b) $e^{-x^2} + c$

(c) $\frac{-e^{-x^2}}{2x} + c$

(d) $-e^{-x^2} + c$

(e) $-xe^{-x^2} + c$

(f) Nenhuma das anteriores.

Exercício 7. *(1 pt) Calcule a integral* $\int (x \sin(x))^2 dx$*.*

Exercício 8. *(1 pt) Calcule a integral* $\int_0^{1/2} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$*.*